

Análisis de modelos de perfil del fuste y estudio de la cilindridad para tres clones de chopo (*Populus x euramericana*) en Navarra

F. Rodríguez^{1*} y C. Molina²

¹ Departamento de Producción Vegetal y Ciencia Forestal. Universitat de Lleida.
Avda. Rovira Roure, 198. 25198 Lleida. España

² Negociado de Experimentación y Sanidad Forestal. Comunidad Foral de Navarra

Resumen

El presente trabajo tiene por objetivo principal analizar tres funciones de perfil del fuste sobre tres clones de *Populus x euramericana* (Canadá Blanco, I-214 y MC) en la Comunidad Foral de Navarra para elaborar una tarifa de cubicación con clasificación de volumen. Para minimizar el efecto de la autocorrelación entre los residuos se emplea una estructura de error continua autorregresiva de orden 2 o de orden 3 en función del clon analizado. Por otra parte, se compara el coeficiente local de forma de cada uno de los clones estudiados mediante dos metodologías: el análisis de la varianza de la estimación individual de dicho coeficiente y el contraste del estadístico de máxima verosimilitud entre ajustes, resultando ser el clon Canadá el más cónico de los tres. Los datos utilizados provienen de 143 chopos de plantaciones coetáneas y con mismo marco de plantación (marco real de 4,5 × 4,5 m).

Palabras clave: clones de chopo, perfil de fuste, autocorrelación, volumen, cilindridad, Navarra.

Abstract

Comparing stem taper functions and analysis the taper ratio of three poplar clones (*Populus x euramericana*) in Navarre

The present work analyzes three stem taper functions on three clones of *Populus x euramericana* (Canadá Blanco, I-214 and MC) in Navarre to elaborate a merchantable volume equation. To minimize the effect of the autocorrelation a continuous autoregressive error structure CAR(2) or CAR(3), depending the clone analyzed, is used. On the other hand, the local form exponent of the three clones is compared by two methods: the analysis of variance of the individual estimation of the local form exponent, and contrasting the maximum likelihood statistic between adjustments. The Canadá clone is the more conical clone of the three clones analyzed. The data come from 143 poplars in even-aged stands with the same frame of plantation (real frame at 4,5 × 4,5 m).

Keywords: poplar clones, stem form, autocorrelation, volume, taper, Navarre.

Introducción

El cultivo del chopo es de notable importancia en todo el Estado Español, abarcando alrededor de 100.000 ha distribuidas principalmente en la Cuenca del Duero, la Vega de Granada y la Cuenca del Ebro. Actualmente se cortan unos 700.000 m³ de madera de esta especie, de los cuales unos 595.000 m³ se destinan para desenrollo, 105.000 m³ para aserrío y el resto para trituración (Hernanz, 2001). Dentro de la Cuenca del Ebro, Navarra es una de las regiones más importantes en producción y comercialización de ma-

dera de chopo, con una tendencia alcista en los últimos años. Este cultivo resulta una alternativa a algunos cultivos agrícolas, cada día menos rentables (Del Peso *et al.*, 1995; Díaz y Romero, 2001; Álvarez y Bengoa, 2001; Aunós *et al.*, 2002), en una época en que la importancia de la agricultura va perdiendo terreno ante las nuevas orientaciones de la Política Agraria Comunitaria.

Por otra parte, la estimación del volumen de las existencias maderables con la mayor precisión es una de las tareas que se le presentan al gestor forestal. En los últimos años viene cobrando un interés creciente no sólo la estimación del volumen total, sino de las fracciones del mismo destinadas a los distintos usos industriales como su volumen de madera de sierra, de

* Autor para la correspondencia: francisco.rodriguez@pvcf.udl.es
Recibido: 20-02-03; Aceptado: 23-10-03.

trituration, libre de nudos, etc. (Prieto y Tolosana, 1991). Para esto es necesario disponer de herramientas (normalmente informáticas) que permitan la evaluación de la calidad y/o cantidad de la madera en pie a través de las tarifas de cubicación con clasificación de productos. Un ejemplo de algunas de estas herramientas informáticas son: WoodPro (Tian *et al.*, 1995a; Tian *et al.*, 1995b), WinEpifn (Leban *et al.*, 1996), MatDendro (Rodríguez y Rodríguez, 2000), Cub&Pop (Roda, 2001), CAPSIS (Coligny *et al.*, 2002) y Cubica (Rodríguez y Broto, 2003).

Dos metodologías son las más habituales para la construcción de tarifas de cubicación con clasificación de productos: la primera de ellas propone estimar el volumen de los distintos productos como un porcentaje del volumen total del árbol (Burkhart, 1977; Clutter, 1980; Cao *et al.*, 1980; Reed y Green, 1984). La segunda metodología consiste en ajustar una ecuación que caracterice el perfil del fuste (Brink y Gadow, 1986; Kozak, 1988; Newnham, 1992; Riemer *et al.*, 1995; Hui y Gadow, 1997; Saint-André *et al.*, 1999; Castedo y Álvarez, 2000; Bi, 2000; Bi y Long, 2001), es decir, encontrar la expresión analítica que permita describir la evolución del diámetro a lo largo del tronco. En este último caso, para la construcción de modelos de perfil de fuste se requiere de una estructura de datos longitudinal, o lo que es lo mismo, múltiples medidas sobre cada individuo (Lindstrom y Bates, 1990) donde la variabilidad entre las medidas de cada árbol es menor que entre diferentes árboles, por lo que deja de cumplirse un supuesto básico para realizar estimaciones en los modelos de regresión; la independencia. En el análisis de este tipo de datos las estructuras de error han sido habitualmente ignoradas, en parte debido a que los parámetros y las estimaciones permanecen insesgadas en presencia de autocorrelación (Kozak, 1997). Por otra parte, los parámetros estimados, en presencia de autocorrelación, no son los de mínima varianza (Neter *et al.*, 1998) ya que el error cuadrático medio del modelo subestima la varianza del término de error, invalidando así los contrastes de significación (Neter *et al.*, 1998; Rawlings *et al.*, 1998).

Para el análisis de datos longitudinales han sido propuestas dos metodologías. La primera de ellas consiste en incluir efectos aleatorios al modelo (Gregoire *et al.*, 1995) ajustando el modelo teniendo en cuenta cada árbol, por lo que los parámetros estimados cambian para cada uno de los árboles y así se reduce el impacto de la autocorrelación (Biging, 1985; Gregoire *et al.*, 1995; Tassisa y Burkhart, 1998; Garber y Maguire,

2003). La segunda metodología consiste en asumir una estructura particular del error (Monserud, 1986; Tassisa y Burkhart, 1998; Garber y Maguire, 2003) donde es habitual expresar esta autocorrelación entre los errores como un modelo estacionario autorregresivo AR(x) de orden x.

En un contexto de elaboración de herramientas de apoyo a la gestión, el objetivo de este estudio es doble; por una parte, ajustar, comparar y validar tres modelos de perfil de fuste para elaborar una tarifa de cubicación con clasificación de productos, y por otra, comparar la cilindridad media de los tres clones estudiados a través del coeficiente local de forma.

Materiales y métodos

Selección y características de la muestra

Los datos utilizados en este trabajo provienen de una muestra de 143 chopos (66 del clon Canadá, 48 de MC y 29 de I-214) procedentes de plantaciones monoespecíficas y coetáneas en la Comunidad Foral de Navarra, con edades comprendidas entre 11 y 15 años y con una densidad de plantación (N) de 494 pies-ha⁻¹. Estos datos fueron recogidos por el Gobierno de Navarra.

Sobre cada árbol en pie se midió su diámetro normal (DAP) en cruz, con forcípula milimétrica y su altura total (HT) con un hipsómetro Vertex, debido a la precisión que presenta éste en su utilización en choperas (Aunós y Rodríguez, 2002). Posteriormente se abatió y se midió el diámetro con corteza (en cruz) a distintas alturas, a intervalos de un metro, con forcípula de precisión milimétrica. Además, se midió en cada pie la altura y diámetro del tocón, la altura de poda y las alturas donde el fuste poseía un diámetro de 20 cm (H_{20}) y de 10 cm (H_{10}). Finalmente, el volumen de cada troza generada entre dos mediciones se calculó

por la formula de Smalian: $\frac{S_1 + S_2}{2} \cdot l$ (donde S_1 y S_2

son las secciones en las dos testas de la troza y l la longitud que las separa) obteniendo el volumen del árbol (V) como suma de los volúmenes individuales de las trozas. Se analizaron un total de 2.998 pares de datos (1.176 de Canadá, 1.138 de MC y 684 de I-214) de diámetro (d) a una cierta altura en el fuste (h).

La muestra se analizó separadamente para cada uno de los clones. La Tabla 1 presenta el valor medio, má-

Tabla 1. Características dendrométricas de la muestra

	I-214 29 pies y 684 datos			MC 48 pies y 1.138 datos			Canadá 66 pies y 1.176 datos		
	Medio	Máx.	Mín.	Medio	Máx.	Mín.	Medio	Máx.	Mín.
DAP (cm)	34,8	47,3	17,5	33,7	42,8	22,25	32,35	41,5	20,25
HT (m)	32,4	39	22,6	30,8	35,2	26,6	30,35	38,8	15
Esbeltez	97	139,8	71	95,2	122,3	74,1	94,9	122,8	68,7
Vol. (m ³)	1,34	2,56	0,24	1,11	1,80	0,43	0,93	1,65	0,20

ximo y mínimo de las principales variables dendrométricas de la muestra para cada uno de los clones. Para detectar posibles anomalías en los datos se examinó el gráfico de dispersión (Fig. 1) entre el diámetro relativo (diámetro medido a la altura h respecto al diámetro normal) y la altura relativa (altura h respecto a la altura total, HT). Para aumentar la eficacia en la detección de datos atípicos se realizó un ajuste local cuadrático no paramétrico (asumiendo una distribución normal de los errores) para cada uno de los clones usando regresión local *loess* (Cleveland, 1993). Para ello se empleó el procedimiento LOESS del paquete estadístico SAS/STAT™ (2000a) con un parámetro de suavizado de 0,3 para cada clon. Los residuos de cada ajuste *loess* se dividieron en diez intervalos de altura relativa en los que se examinó su distribución y se calcularon dos valores límite para discriminar los datos atípicos: el cuartil inferior me-

nos dos veces el rango intercuartílico y el cuartil superior más dos veces el rango intercuartílico (Bi, 2000; Bi y Long, 2001). Los datos fuera de este rango no fueron incluidos en la fase de ajuste, siendo un total del 3,3%, 4,3%, y 4,8% de los datos totales de I-214, MC y Canadá respectivamente. Muchos de estos datos extraídos provenían de errores en la toma de datos, secciones deformadas o fuertes anomalías por bifurcaciones o grandes nudos.

Nomenclatura y modelos empleados

La terminología siguiente es la empleada en la descripción de la muestra y en las expresiones de los modelos analizados (Tabla 2):

DAP = diámetro normal con corteza (cm)

HT = altura total (m)

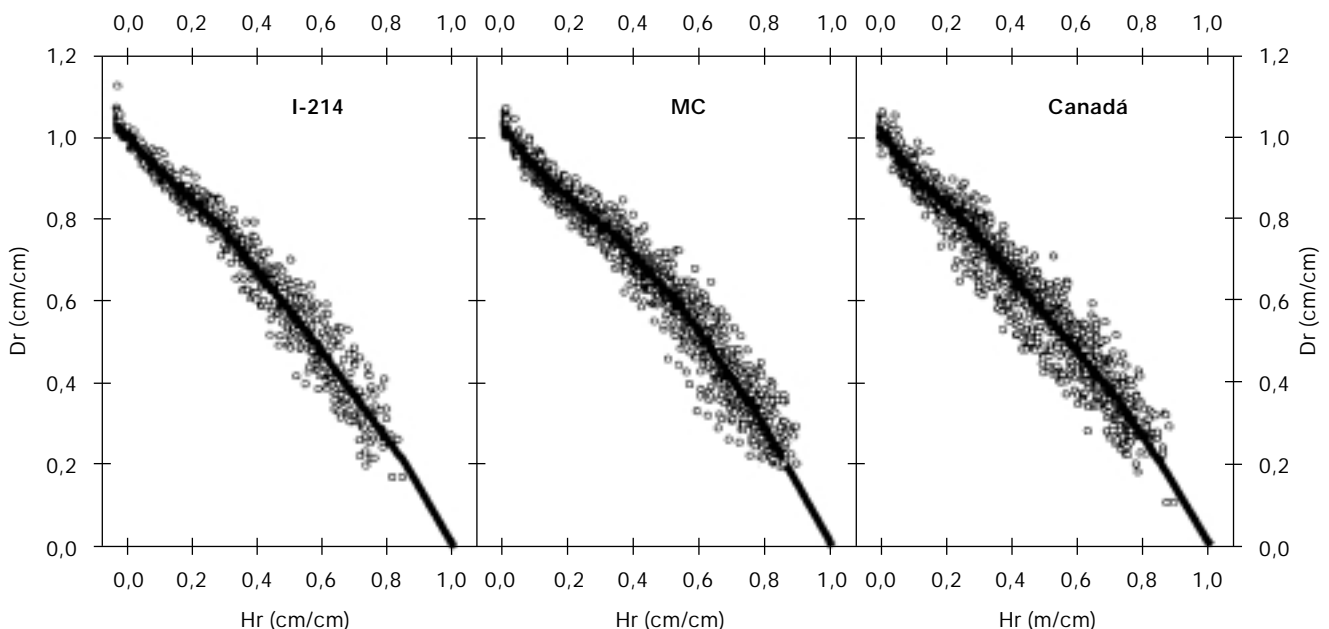


Figura 1. Ajuste local no paramétrico *loess* para la detección de datos atípicos en cada clon.

Tabla 2. Modelos de perfil de fuste analizados

Stud (Daquitaine *et al.*, 1999)

$$d = (1 + \alpha_3 \cdot e^{-\alpha_4 \cdot hr}) \cdot \alpha_{50} + \alpha_{51} \cdot DAP \cdot (1 - hr)^{\alpha_1 + \alpha_2(1 - hr)}$$

Bi (Bi, 2000)

$$dr = \left(\frac{\ln\left(\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)hr\right)}{\ln\left(\sin\left(\frac{\pi}{2}\left(\frac{1.3}{HT}\right)\right)\right)} \right)^{\left\{ \alpha_1 + \alpha_2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot hr\right) + \alpha_3 \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} \cdot hr\right) + \alpha_4 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot hr\right)}{hr} + \alpha_5 \cdot DAP + \alpha_6 \cdot hr \cdot \overline{DAP} + \alpha_7 \cdot hr \cdot \overline{HT} \right\}}$$

Roda (Roda, 2001)

$$\frac{\pi}{4} \cdot d^2 = \alpha_2 + (\alpha_1 \cdot G + \alpha_5) \cdot \left(1 - \left(\frac{h}{\alpha_4 \cdot HT + \alpha_6} \right)^{\alpha_3} \right) + \frac{\ln\left(\frac{h}{\alpha_4 \cdot HT + \alpha_6}\right) \cdot \left((\alpha_1 \cdot G + \alpha_5) \cdot \left(\frac{1.3}{\alpha_4 \cdot HT + \alpha_6} \right)^{\alpha_3} + G - \alpha_2 - (\alpha_1 \cdot G + \alpha_5) \right)}{\ln\left(\frac{1.3}{\alpha_4 \cdot HT + \alpha_6}\right)} \quad \text{si } h < \alpha_4 \cdot HT + \alpha_6$$

$$\frac{\pi}{4} \cdot d^2 = \frac{\alpha_2 \cdot h}{(\alpha_4 \cdot HT + \alpha_6) - HT} + \frac{\alpha_2}{1 - \frac{HT}{\alpha_4 \cdot HT + \alpha_6}} \quad \text{si } h > \alpha_4 \cdot HT + \alpha_6$$

- G = sección normal con corteza (m²)
 V = volumen total del árbol (m³)
 d = diámetro con corteza que corresponde a una altura h del fuste (cm)
 h = altura donde el fuste posee el diámetro d (cm)
 hr = altura relativa respecto a HT (h/HT)
 dr = diámetro relativo respecto a DAP (d/DAP)
 α_i, Φ_i = parámetros a estimar por los ajustes ($i = 1, 2, \dots, n$)

El primer modelo (*Stud*) ha sido propuesto por Daquitaine *et al.* (1999), y está inspirado en el modelo propuesto por Newham (1992). Su ecuación simplificada es $d = u \cdot hr^q$, donde d es el diámetro del fuste a una altura relativa dada (hr), u es una función exponencial que tiene en cuenta la forma del raigal del árbol y q es una función que representa al coeficiente local de forma, el cual varía a lo largo del fuste en función de la altura relativa y de las características dendrométricas del árbol (DAP y HT). Este modelo ha sido utilizado recientemente para describir el perfil del tronco de *Pinus radiata* en el País Vasco (Rodríguez *et al.*, 2003) y de *Populus x euramericana* (Dode) Guinier cv. I-214 en Huesca (Rodríguez y Blanco, 2001). Los parámetros de este modelo son fácilmente interpretables desde un punto de vista dendrométrico: α_1 y α_2 forman parte de la función q los cuales hacen referencia a la forma de la parte alta (asimilable al tipo dendrométrico cono) y media (asimilable al tipo dendrométrico paraboloides) del fuste respectivamente. El

resto de parámetros (α_3 , α_4 y α_5) forman parte de la función u , la cual describe la parte baja del tronco (asimilable al tipo dendrométrico neiloide), donde α_3 hace referencia a su anchura, α_4 a su longitud, y α_5 al diámetro relativo donde acaba el raigal.

El segundo modelo (*Bi*) se trata de un modelo trigonométrico de exponente variable propuesto por Bi (2000). Su ecuación simplificada es $dr = B^k$, donde dr es el diámetro relativo del fuste a una altura relativa dada, B es la base del modelo en función de la altura relativa y k es una función que representa al coeficiente local de forma, el cual varía a lo largo del fuste en función de la altura relativa y de las características dendrométricas del árbol (DAP y HT). La ecuación de base (B) ha sido construida a partir de ecuaciones trigonométricas de proporción de volumen según la geometría del fuste. Gracias a su flexibilidad este modelo ha sido utilizado recientemente para describir el perfil del fuste de *Eucalyptus sp.* en Australia (Bi, 2000) así como para *Pinus radiata* en New South Wales (Australia) (Bi y Long, 2001). Los cuatro primeros parámetros de la función k describen los cambios en la forma del fuste a lo largo de éste mientras que los tres últimos caracterizan la forma del fuste en función de las características dendrométricas del árbol evaluado.

El tercer modelo evaluado (*Roda*) fue propuesto por Roda (2001) para el ajuste del perfil del tronco en *Populus x euramericana* (Dode) Guinier cv. I-214 de

Francia y es una adaptación del modelo propuesto por Pain (1996) para *Picea abies* Karst. en Francia. Se trata de un modelo bisegmentado de exponente fijo en el que la primera función caracteriza la parte comercial del fuste (en el caso de *Populus x euramericana* (Dode) Guinier cv. I-214 de Francia, hasta 7 cm en punta delgada) y la segunda función describe la parte no comercial de éste. El coeficiente local de forma es representado por α_3 , mientras que α_2 representa la sección que corresponde a la altura donde se produce el cambio de función.

Ajuste y validación de los modelos

El ajuste de los modelos no lineales se realizó separadamente para cada clon y con los datos depurados provenientes del ajuste local no paramétrico *loess*. El modelo general de ajuste se puede escribir como: $Y_{ih} = f(\theta; X) + e_{ih}$ donde Y_{ih} es la matriz de diámetros observados (con corteza, relativo o secciones, según el modelo empleado) para los distintos árboles i y alturas h , X es el vector de las variables independientes del modelo, θ es el vector de los parámetros a estimar por el ajuste y e_{ih} es la matriz de error. Usualmente se asume que el error e_{ih} es independiente y con distribución normal, varianza σ^2 y media igual a 0, pero es razonable pensar que las observaciones dentro de cada árbol están correlacionadas espacialmente, al tratarse de datos longitudinales, por lo que los supuestos para asignar una estructura de correlación estipulada para el error fueron: $E(e_{ih}) = 0$; $\text{Var}(e_{ih}) = \sigma^2$; $\text{Cov}(e_{ih}, e_{ih'}) = \sigma^2 \xi_{ih}$ donde ξ_{ih} es la correlación entre medidas a diferentes alturas. En el caso de estructuras continuas autorregresivas de orden 1 (CAR(1)) se asume que la correlación dentro de un árbol disminuye según aumenta la distancia (*dist*) de separación entre medidas (h_{ih}) de modo que $\text{Cov}(\mu_{ih}, \mu_{ih'}) = \sigma^2 \Phi^{dist}$ donde Φ es el parámetro autorregresivo de orden 1 estimado por el ajuste y *dist* es la distancia que separa dos observaciones consecutivas ($dist = |h_{ih} - h_{ih'}|$) (Jones, 1993; Pinheiro y Bates, 2000). En el caso de estructuras continuas autorregresivas de orden x , existirán x parámetros autorregresivos Φ_i y x distancias entre observaciones $dist_i$. Así en una estructura CAR(2), Φ_1 es el parámetro autorregresivo de orden 1, $dist_1$ es la distancia que separa dos observaciones contiguas, Φ_2 es el parámetro autorregresivo de orden 2 y $dist_2$ es la distancia que separa una observación con la anterior a la contigua, donde

el error es: $e_{i,h} = \phi_1^{dist1} \cdot e_{i,h-1} + \phi_2^{dist2} \cdot e_{i,h-2} + \varepsilon_{i,h}$, asumiendo que $\varepsilon_{i,h}$ es independiente, con distribución normal y media igual a 0. Este tipo de estructuras, al depender la correlación entre dos observaciones de la distancia que las separa, permiten que los datos no sean equidistantes. El ajuste de los modelos no lineales con estructura del error de tipo CAR(x) se realizó con el procedimiento MODEL del paquete estadístico SAS/ETS™ (2000b).

Para evaluar la bondad de ajuste de los tres modelos ensayados se analizaron gráfica y numéricamente sus residuos, es decir la diferencia entre el diámetro medido ($d_{i,h}$) y el diámetro estimado ($\hat{d}_{i,h}$) para cada altura h en cada árbol i , y se calcularon los siguientes estadísticos: el sesgo (E) que evalúa la desviación del modelo con respecto a los valores observados; el error absoluto medio ($|E|$) y la raíz del error cuadrático medio (*recm*) que analizan la precisión de las estimaciones; el coeficiente de determinación ajustado (R^2_{adj}) que representa la parte de varianza explicada por el modelo teniendo en cuenta el número de parámetros de éste. Finalmente para seleccionar el mejor modelo se utilizaron dos criterios: el criterio de Akaike de información (*AIC*) y el criterio Bayesiano de información (*BIC*), siendo este último el recomendado por Peña (2002) por considerarse más parsimonioso. La formulación matemática de estos estadísticos se presenta a continuación:

$$\text{Sesgo} = \bar{E} = \frac{\sum_{i=1}^n (d_{i,h} - \hat{d}_{i,h})}{n}$$

$$\text{Error absoluto medio} = |\bar{E}| = \frac{\sum_{i=1}^n |d_{i,h} - \hat{d}_{i,h}|}{n}$$

Raíz del error cuadrático medio =

$$= \text{recm} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_{i,h} - \hat{d}_{i,h})^2}{n - p}}$$

Coficiente de determinación ajustado =

$$= R^2_{adj} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (d_{i,h} - \hat{d}_{i,h})^2}{\sum_{i=1}^n (d_{i,h} - \bar{d}_{i,h})^2} \cdot \left(\frac{n-1}{n-p} \right)$$

$$\begin{aligned} \text{Criterio de Akaike de Información} &= \\ &= AIC = n \cdot \ln \sigma^2 + 2(p+1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Criterio Bayesiano de Información} &= \\ &= BIC = n \cdot \ln \sigma^2 + p \cdot \ln(n) \end{aligned}$$

donde $\bar{d}_{i,h}$ es la media de los diámetros medidos, n el número de observaciones, p el número de parámetros del modelo y $\hat{\sigma}^2$ es la media de cuadrados de error del modelo. Para evidenciar las ventajas e inconvenientes de cada uno de los modelos, los estadísticos fueron calculados por clase de altura relativa.

Para evaluar la presencia de multicolinealidad entre variables en cada uno de los modelos, se estudió el máximo índice de condición (IC), o raíz cuadrada del mayor valor propio de la matriz de covarianzas entre cada valor propio individual. Belsey *et al.* (1980) sugieren que, cuando este número está alrededor 10, existe una multicolinealidad débil, mientras que si es mayor que 100, las estimaciones pueden verse afectadas. Peña (1995) sugiere un valor límite de 60 para asegurar la existencia de una alta multicolinealidad.

Para evidenciar la autocorrelación entre los residuos se analizó gráficamente y se calculó el estadístico de Durbin-Watson (DW), sobre los modelos ajustados sin incluir la estructura de error y sobre los modelos con estructura $CAR(x)$. Se calculó el orden de la estructura continua autorregresiva para cada clon y modelo hasta que desapareciera la autocorrelación de los residuos.

La validación de los modelos se realizó mediante la técnica denominada validación cruzada (*leave-one-out cross-validation*) o de los residuos eliminados al ser un técnica más robusta para muestras pequeñas que la fragmentación de las mismas (*split-sample*) (Zhu y Rohwer, 1996; Goutte, 1997). Se utilizó la modificación propuesta por Bi (2000) o validación cruzada por árbol (*leave-one-tree-out cross-validation*) al carecer de independencia las medidas dentro de cada árbol. El proceso consiste en ajustar n veces el modelo (siendo n el número total de árboles) donde en cada ajuste se eliminan todas las observaciones de un árbol y se calcula el valor predicho por el modelo para las observaciones que han sido eliminadas. Para analizar la bondad de la validación cruzada se calculó el estadístico de sesgo (E) y los estadísticos de precisión $|E|$ y $recm$, utilizados en la fase de ajuste, sobre los residuos obtenidos en la validación cruzada. Como en la fase de ajuste, los estadísticos fueron calculados también por clase de altura relativa.

Comparación de la cilindridad entre clones

Para la comparación de la cilindridad media entre los tres clones se utilizó la ecuación simplificada del modelo de Bi ($dr = B^k$) donde dr es el diámetro relativo del fuste a una altura relativa dada, B es la base del modelo en función de la altura relativa y k es el coeficiente local de forma. Para ello se emplearon dos metodologías; análisis de la varianza sobre el coeficiente local de forma y comparación de parámetros mediante el estadístico de máxima verosimilitud (Kimura, 1980).

La primera de ellas consistió ajustar el modelo individualmente a cada árbol con la finalidad de obtener repeticiones del valor del coeficiente local de forma (k) para cada clon. Mediante un análisis de la varianza se analizó si existían diferencias significativas (con un nivel de significación del 95%) entre los coeficientes de forma de los tres clones analizados. La separación de medias se realizó según el método de la desigualdad de Bonferroni al ser un método bastante conservador (Peña, 1995). El análisis estadístico se realizó con el programa SAS/STAT™ (2000a), utilizando el procedimiento NLIN para el ajuste del modelo y el procedimiento GLM para realizar el análisis de la varianza.

La segunda metodología, comparación de parámetros mediante el estadístico de máxima verosimilitud (Kimura, 1980), se basa en comparar el estadístico de máxima verosimilitud (L) del modelo de Bi simplificado, ajustado individualmente para cada clon respecto al estadístico obtenido al realizar un ajuste común a los tres clones. Siendo el modelo de Bi simplificado: $Y_{ihj} = f(\theta; B) + \varepsilon_{ihj}$ donde Y_{ihj} es la matriz de diámetros relativos observados para los distintos árboles i , alturas h , y clon j , B es la base del modelo de Bi, θ es el vector de los parámetros a estimar por el ajuste y ε_{ihj} es la matriz del error. Considerando una variable ficticia D_j , donde:

$$D_j = \begin{cases} 1 & \text{si la observación pertenece al clon } j \\ 0 & \text{si la observación no pertenece al clon } j \end{cases}$$

La forma general del modelo pasa a ser:

$$Y_{ihj} = \sum_{i=1}^3 D_j f(\theta; B) + \varepsilon_{ihj}, j = 1, \dots, n_i, i = 1, 2, 3.$$

Para comparar los tres clones se partió del modelo sin restricciones (Ω_0) donde se estimaron los 3 pará-

metros, uno por clon ($\theta_1, \theta_2, \theta_3$) y se comparó con el modelo restringido (Ω_1), donde se estimó un único parámetro común a los tres clones (θ_m). Para ello se empleó el estadístico de máxima verosimilitud (L), el cual es:

$$L = \frac{\sigma_{\Omega_0}^2}{\sigma_{\Omega_1}^2} \text{ donde } \hat{\sigma}_{\Omega_0}^2 \text{ es la media de cuadrados}$$

de error del modelo sin restricciones y es $\hat{\sigma}_{\Omega_1}^2$ la media de cuadrados de error del modelo con restricciones. Para muestras grandes, la distribución de

$$-2 \cdot \ln L = -n \ln \left(\frac{\sigma_{\Omega_0}^2}{\sigma_{\Omega_1}^2} \right) \text{ es aproximadamente una dis-}$$

tribución χ^2 con v grados de libertad, siendo v el número de parámetros estimados del modelo sin restricciones menos el número de parámetros estimados del modelo con restricciones. Para comparar el coeficiente local de forma (k) se ha contrastado la hipótesis nula ($H_0^{\Omega_1}$: $\theta_m = \theta_i$ vs no todos los θ_i son iguales) comparando el valor de $-2 \cdot \ln L$ con el valor de las tablas χ^2 con un nivel de significación del 5%, de tal forma que si éste es mayor que el de las tablas se rechaza la hipótesis nula. Si se obtiene que no todos los θ_i son iguales se pasa a analizarlos dos a dos según la desigualdad de Bonferroni, con lo que si se pretende garantizar un error de tipo I total para el conjunto de contrastes ($\alpha_T=0,05$) debe tomarse un nivel α para cada contraste individual de $\alpha \frac{\alpha_T}{c}$, (Peña, 1995) donde c es el número de contrastes a realizar. En este caso se realizaron tres contrastes (uno para cada clon) con lo que para mantener un $\alpha_T = 0,05$ es necesario contrastar la hipótesis nula con un $\alpha = 0,0133$. El análisis estadístico se realizó con el programa SAS/STAT™ (2000a), utilizando el procedimiento NLIN para el ajuste del modelo.

Resultados y Discusión

Ajuste y elección del modelo

Todos los parámetros de los distintos modelos ajustados para cada clon fueron significativos, con un nivel de significación del 95%, excepto los parámetros α_4 y α_5 del modelo de Bi y los parámetros α_5 y α_6 del modelo de Roda, por lo que se reajustaron los modelos sin esos parámetros. El resultado de los parámetros

estimados por el ajuste de los tres modelos para los tres clones se presenta en la Tabla 3. Los parámetros Φ_1 , Φ_2 y Φ_3 no se tienen en cuenta en la aplicación práctica del modelo, puesto que sería necesario disponer de árboles apeados para determinar los errores. Su única finalidad es obtener unos valores de los parámetros insesgados y más eficientes

Los estadísticos evaluados para el ajuste se ofrecen en la Tabla 4, así como el índice de condición (IC) y el estadístico de Durbin-Watson (DW).

El modelo de Bi es el que posee, para los tres clones estudiados, los mejores estadísticos de precisión ($|e|$ y $recm$), siendo sus valores en torno a 0,7 y 1 respectivamente, es el que explica mayor proporción de la variabilidad, prácticamente el 99%, y es el que obtiene un menor valor tanto del criterio de Akaike como del criterio Bayesiano. Sin embargo, dicho modelo, en todos los casos presenta un valor del IC superior a 60, llegando casi a 100 para el clon MC, por lo que su multicolinealidad es muy elevada. Respecto a los otros dos modelos, el modelo Stud se distingue por unos estadísticos de ajuste ligeramente mejores que los del modelo de Roda. En lo referente a la multicolinealidad, en el modelo de Roda se puede considerar como inexistente, mientras que en el modelo Stud no es muy elevada, pero hay que tenerla en cuenta. El estadístico DW es próximo a 2 en todos los casos y esta dentro de los intervalos aceptados en la tablas para rechazar la existencia de autocorrelación entre los residuos con un α de 0,05 (Durbin y Watson, 1951). En la Tabla 5 se ofrece la evolución de este estadístico conforme aumenta el orden de la estructura continua autorregresiva. En la Figura 2 se muestran los gráficos de autocorrelación obtenidos tras los ajuste CAR de distinto orden para los tres modelos analizados en el caso del clon MC. Para eliminar la autocorrelación entre los residuos en el clon I-214 la estructura CAR fue de orden 3 mientras que en los otros dos clones fue de orden 2. En la Tabla 6 se exponen los estadísticos calculados para la fase de validación cruzada. En todos los casos se obtienen unos estadísticos similares a los obtenidos en la fase de ajuste. No existen grandes diferencias en la validación cruzada de los tres modelos, esto avala la gran calidad de los tres modelos estudiados sobre los tres clones de chopo analizados.

En la Figura 3 se observa, para cada clon, la evolución del sesgo (E) y de la raíz cuadrada del error cuadrático medio ($recm$) a lo largo del fuste (hr). El examen de estos resultados confirma los resultados observados en la Tabla 4 puesto que el mejor compor-

Tabla 3. Parámetros estimados por el ajuste en los tres modelos y en los tres clones

		I-214		MC		Canadá	
		Estimación	Error std.	Estimación	Error std.	Estimación	Error std.
Stud	α_1	1,1422	0,0568	1,1607	0,0654	1,1624	0,0653
	α_2	-0,7122	0,1595	-0,9759	0,2179	-0,5738	0,1623
	α_3	0,0981	0,0264	0,2054	0,0415	0,1429	0,0224
	α_4	16,0269	6,3121	12,9692	3,4695	17,9028	5,8655
	α_{50}	2,2009	0,5102	4,4796	0,5062	2,8552	0,5390
	α_{51}	0,9155	0,0324	0,7883	0,0449	0,8865	0,0333
	Φ_1	0,4151	0,0402	0,4448	0,0296	0,6844	0,0251
	Φ_2	0,3732	0,0607	0,6115	0,0251	0,5447	0,0296
Bi	α_1	0,1786	0,0222	0,2727	0,0291	0,2991	0,0263
	α_2	-0,3867	0,0910	-0,6311	0,1231	-0,5947	0,1060
	α_3	-0,0399	0,0150	-0,0757	0,0162	-0,0847	0,0158
	α_6	0,0218	0,0135	0,0685	0,0134	0,0599	0,0131
	α_7	0,0874	0,0227	0,0539	0,0244	0,0574	0,0154
	Φ_1	0,3824	0,0400	0,4356	0,0298	0,6654	0,0262
	Φ_2	0,4361	0,0509	0,5981	0,0260	0,5382	0,0307
	Φ_3	0,7116	0,0299	—	—	—	—
Roda	α_1	0,7588	0,0349	0,5879	0,0398	0,8123	0,0972
	α_2	0,7453	0,0108	0,7687	0,0151	0,7684	0,0164
	α_3	0,0067	0,0013	0,0084	0,0016	0,0054	0,0014
	α_4	1,1275	0,0697	1,3706	0,1116	0,8613	0,1002
	Φ_1	0,3715	0,0395	0,4279	0,0297	0,6107	0,0267
	Φ_2	0,3058	0,0691	0,5624	0,0264	0,5097	0,0319
	Φ_3	0,7008	0,0284	—	—	—	—

tamiento lo encontramos en el modelo de Bi, siendo los tres modelos de comportamiento muy similar. Son importantes los resultados en la parte baja del fuste ($hr < 0,3$) al ser donde se concentra la mayor parte del volumen del árbol y su mayor valor comercial al ser trozas de mayores dimensiones y normalmente libres de nudos.

La Figura 4 representa la calidad de la validación cruzada en cada uno de los modelos mediante la representación gráfica de la evolución de la raíz del error cua-

drático medio (*recm*) en función de la altura relativa del árbol. Como ocurrió en la fase de ajuste, el modelo de Bi es el que posee un menor estadístico, generalmente en todas las alturas relativas. Sin embargo, el modelo de Roda presenta menor estadístico que el modelo Stud principalmente en la parte baja del fuste ($hr < 0,3$).

Aunque se obtienen mejores resultados tanto en el ajuste como en la validación con el modelo de Bi, no se ha seleccionado como mejor modelo al manifestar una multicolinealidad muy elevada. Se elige el mode-

Tabla 4. Estadísticos para evaluar la bondad de ajuste de los modelos

Clon	Modelo	R^2_{adj}	E	E	recm	AIC	BIC	IC	DW
I-214	Stud	0,989	0,0497	0,7027	0,9929	-3,73	23,43	20,4	1,93
	Bi	0,990	0,0467	0,6764	0,9647	-44,16	-21,52	62,1	1,96
	Roda	0,988	0,0124	0,7212	1,0223	34,20	52,31	8,1	1,97
MC	Stud	0,983	0,0287	0,7469	1,0368	87,18	117,40	35,2	1,98
	Bi	0,984	0,0408	0,7402	1,0324	76,63	101,81	95,9	1,98
	Roda	0,983	0,0128	0,7529	1,0455	105,24	125,38	9,5	2,02
Canadá	Stud	0,982	0,0439	0,7404	1,0245	62,84	93,26	28,6	2,08
	Bi	0,982	0,0368	0,7354	1,0114	31,69	57,04	65,8	2,06
	Roda	0,981	0,0268	0,7631	1,0519	123,10	143,38	15,8	2,04

Tabla 5. Evolución del estadístico de Durbin-Watson (*DW*) en función del orden de la estructura de error continua autorregresiva

Clon	Modelo	Car(0)	Car(1)	Car(2)	Car(3)
I-214	Stud	0,89	2,22	2,17	1,93*
	Bi	0,94	2,27	2,27	1,96*
	Roda	1,07	2,17	2,17	1,97*
MC	Stud	0,82	2,42	1,98*	—
	Bi	0,88	2,36	1,98*	—
	Roda	0,87	2,34	2,02*	—
Canadá	Stud	0,65	2,43	2,08*	—
	Bi	0,71	2,40	2,06*	—
	Roda	0,78	2,32	2,04*	—

* Valor en el intervalo descrito en las tablas *DW* para aceptar la ausencia de autocorrelación con $\alpha = 0,05$.

lo de Roda al presentar unos estadísticos de ajuste buenos (algo mayores que los del resto de modelos), una multicolinealidad prácticamente despreciable, mejores estadísticos de validación que los del modelo Stud (multicolinealidad media) y ser el modelo más sencillo (sólo cuatro parámetros a estimar). En todos los casos se ha corregido la autocorrelación de los residuos mediante una estructura de error de tipo continua autorregresiva.

Comparación de la cilindridad entre clones

El análisis de la varianza del coeficiente local de forma tras el ajuste individual del modelo de Bi sim-

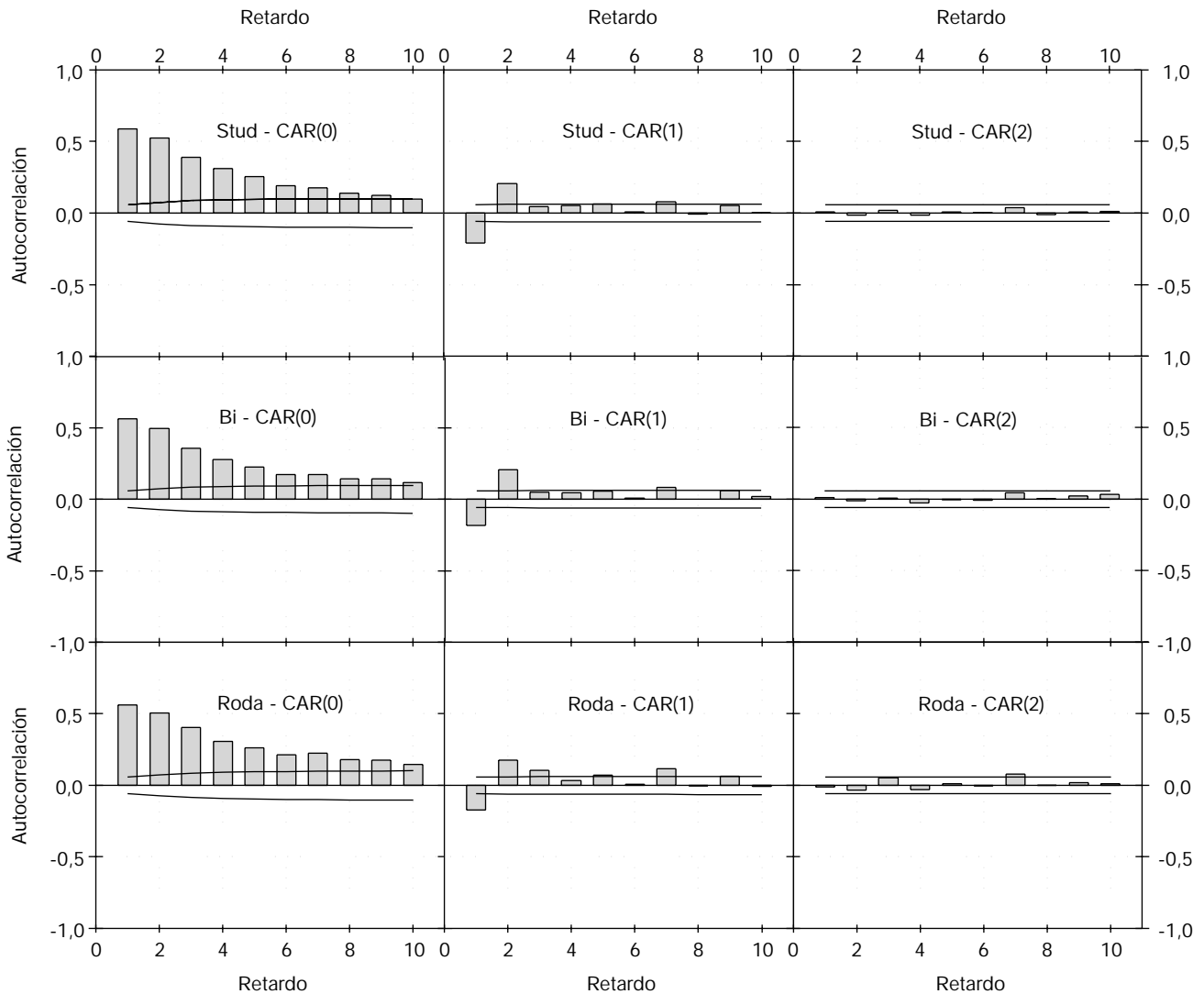


Figura 2. Gráficos de autocorrelación para los tres modelos ajustados en el clon MC en función del orden de la estructura continua autorregresiva.

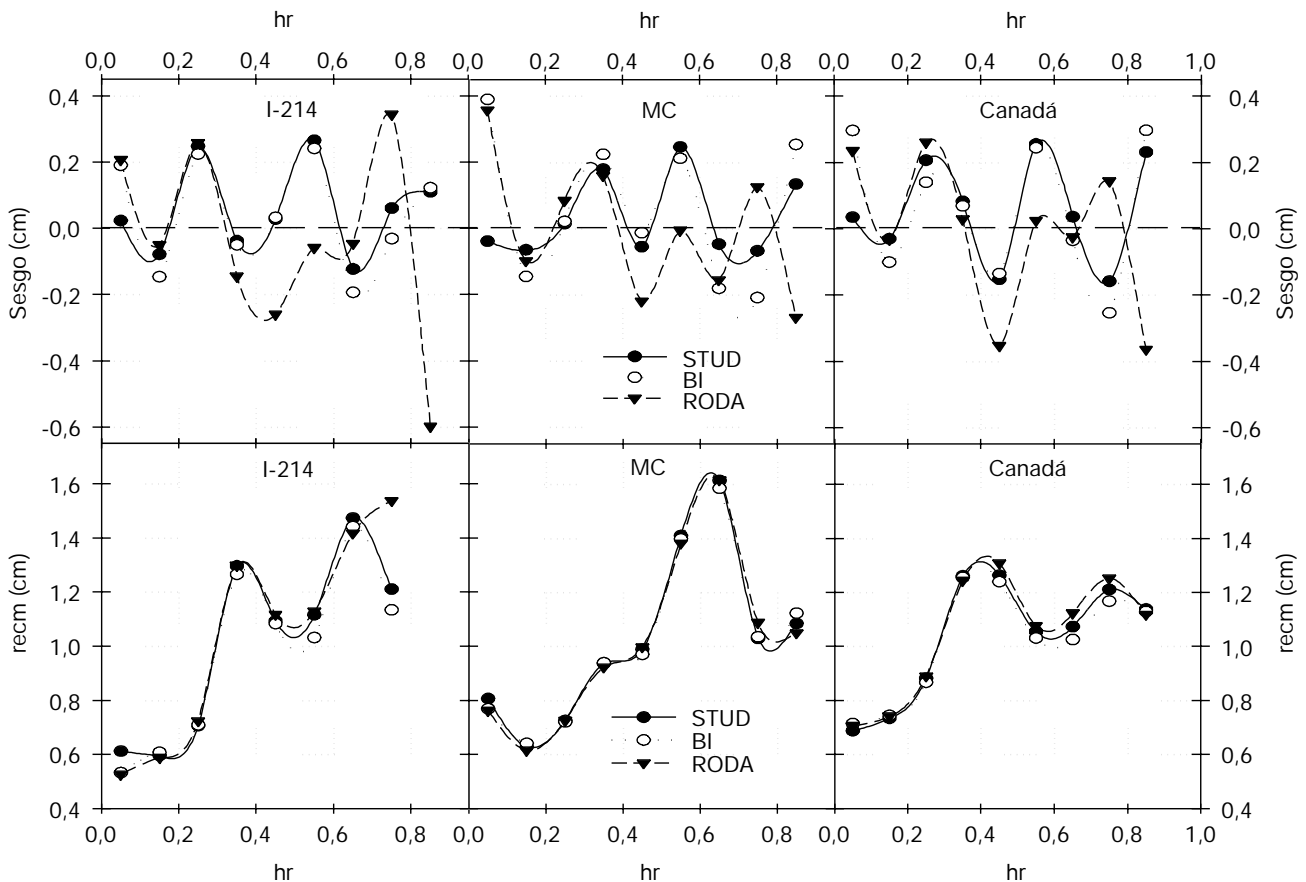
Tabla 6. Estadísticos para evaluar la bondad de la validación cruzada

Clon	Modelo	E	E	recm
I-214	Stud	0,0208	0,7489	1,3111
	Bi	0,0350	0,7172	1,2296
	Roda	0,0225	0,7715	1,3421
MC	Stud	0,0101	0,7882	1,4042
	Bi	0,0370	0,7792	1,3635
	Roda	0,0264	0,7887	1,3883
Canadá	Stud	0,0473	0,7648	1,5791
	Bi	0,0481	0,7557	1,4688
	Roda	0,0397	0,7760	1,5638

plificado es altamente significativo ($F = 18,13$; $p\text{Valor} = 0,000$). Se observa como existen diferencias estadísticamente significativas entre la cilindridad del clon Canadá con el resto de clones tras la separación de medias por el método de Bonferroni (Tabla 7).

En la Tabla 8 se presentan el parámetro estimado para el modelo de Bi simplificado restringido y sin restringir y su error estándar. Como se detectaron diferencias entre los coeficientes de forma ($-2 \cdot \ln L_{\Omega I} = 102,3 > \chi^2 = 5,99$) se analizaron los clones dos a dos y se separaron sus coeficientes de forma mediante la desigualdad de Bonferroni (Tabla 8) detectándose diferencias entre el clon Canadá y MC ($-2 \cdot \ln L_{\Omega I} = 129,6 > \chi^2 = 8,15$) y entre Canadá e I-214 ($-2 \cdot \ln L_{\Omega I} = 62,2 > \chi^2 = 8,15$).

Independientemente de la metodología empleada, se detectan diferencias entre el clon Canadá y los otros dos clones estudiados, siendo Canadá es el que posee un fuste más cónico y por tanto del que se puede esperar un menor rendimiento en el despiece. MC es el clon que posee un perfil más cilíndrico (no significativamente más cilíndrico que I-214). Todos estos resultados coinciden con lo evaluado por Baonza y Gutiérrez (2002). En la Figura 5 se observan los resultados gráficos del ajuste del modelo de Bi simplificado para los tres clones.

**Figura 3.** Evolución del sesgo (e) y de la raíz del error cuadrático medio ($recm$) en función de la altura relativa (hr) para los tres clones y modelos estudiados.

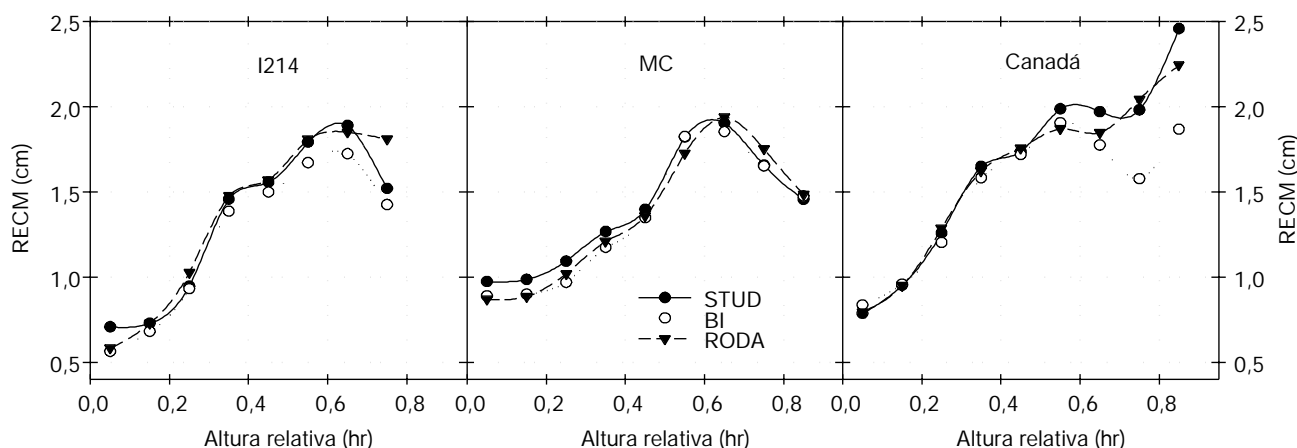


Figura 4. Evolución de la raíz cuadrada del error cuadrático medio (*recm*) en función de la altura relativa del fuste para evaluar la calidad en la predicción de la validación cruzada.

Conclusiones

Este estudio ha permitido comparar tres modelos de perfil del fuste sobre tres clones de chopo en Navarra. No existen grandes diferencias respecto a la exactitud, ni a la precisión entre los tres modelos empleados en la fase de ajuste ni en la fase de validación cruzada. Sí existen, sin embargo, diferencias en la multicolinealidad de los tres modelos ensayados, siendo el modelo

de Bi (2000) el que presenta mejor ajuste el que manifiesta también mayor multicolinealidad. El modelo seleccionado ha sido el modelo de Roda para los tres clones por su equilibrio entre el resultado de los estadísticos de ajuste, de validación y su baja multicolinealidad. La calidad de los resultados obtenidos permite proponer un modelo de perfil de fuste para cada uno de los tres clones.

Tabla 7. Separación de medias del coeficiente local de forma por el método de Bonferroni

Clon	Estimación	Error std.
MC	0,2397 ^a	0,0034
I-214	0,2409 ^a	0,0053
Canadá	0,2671 ^b	0,0034

^{a,b}: grupos estadísticamente distintos.

Tabla 8. Coeficiente local de forma, del modelo de Bi simplificado, estimado por el modelo restringido y sin restringir para cada clon

Parámetro	Estimación	Error std.	Límite inf.	Límite sup.
<i>Modelo restringido</i>				
k	0,2495*	0,00107	0,2474	0,2516
<i>Modelo sin restringir</i>				
k _{I-214}	0,2450 ^a	0,00228	0,2406	0,2495
k _{MC}	0,2395 ^a	0,00162	0,2363	0,2427
k _{Canadá}	0,2627 ^b	0,00174	0,2593	0,2661

* Existen diferencias estadísticamente significativas con $\alpha = 0,05$. ^{a,b}: separación de medias por la desigualdad de Bonferroni.

Se minimizan los efectos de la falta de independencia o autocorrelación de los datos para el ajuste de modelos de perfil de fuste con la utilización de estructuras de error de tipo CAR, de orden tres para el clon I-214 y de orden dos para el resto de clones, tal y como señalan diversos autores (Monserud, 1986; Tassisa y Burkhart, 1998; Garber y Maguire, 2003).

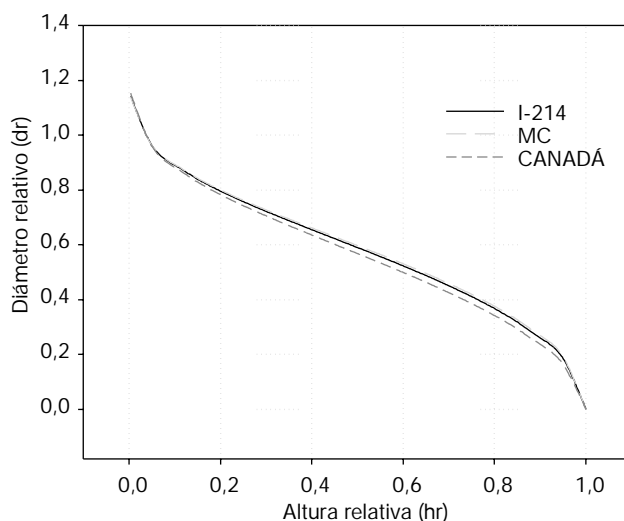


Figura 5. Comparación de la cilindridad media entre clones a través del modelo de Bi simplificado.

Se emplean dos metodologías distintas para evaluar la cilindridad media de cada clon, obteniéndose los mismos resultados en ambas. El clon Canadá resulta ser menos cilíndrico que MC e I-214 por lo que el rendimiento en el despiece que se pueda obtener de sus trozas será menor. MC e I-214 no presentan diferencias estadísticamente significativas entre su cilindridad siendo MC ligeramente más cilíndrico.

Agradecimientos

Este estudio ha sido financiado por el Proyecto Eurosilvasur (aprobado en la Iniciativa Comunitaria Recite II), por el Gobierno de Navarra, por la Universitat de Lleida y por la CICYT a través de los proyectos AGF97-0844 y AGL2000-1255.

Referencias bibliográficas

- ÁLVAREZ C., BENGOA D., 2001. Análisis de la rentabilidad de la populicultura frente al cultivo agrícola de regadío en La Rioja. I Simposio del Chopo, Zamora, 9-11 mayo, pp. 419-434.
- AUNÓS A., RODRÍGUEZ F., 2002. Precisión y rendimientos comparativos de dos tipos de hipsómetros en la medición de alturas en choperas. Montes: Revista de Ámbito Forestal 68, 21-24.
- AUNÓS A., RODRÍGUEZ F., GARASA M., 2002. Análisis de sensibilidad sobre la rentabilidad financiera de choperas de Huesca y Lérida. Montes: Revista de Ámbito Forestal 69, 25-32.
- BAONZA M.V., GUTIÉRREZ A., 2002. Rendimiento y calidades de chapa en clones de chopo a diferentes alturas de fuste. Invest Agr Sist Recur For 11 (2), 311-323.
- BELSLEY D.A., KUH E., WELSCH R.E., 1980. Regression diagnostics: Identifying influential data and sources of collinearity. John Wiley & Sons, NY, 310 pp.
- BI H., 2000. Trigonometric variable-form taper equations for Australian eucalypts. For Sci 46 (3), 397-409.
- BI H., LONG Y., 2001. Flexible taper equation for site-specific management of *Pinus radiata* in New South Wales, Australia. For Ecol Manage 148, 79-91.
- BIGING G.S., 1985. Improved estimates of site index curves using a varying-parameter model. For Sci 31 (1), 248-259.
- BRINK C., GADOW K.V., 1986. On the use of growth and decay functions for modelling stem profiles. EDV in Medizin u. Biologie 17, 20-27.
- BURKHART H., 1977. Cubic-foot volume of loblolly pine to any merchantable top limit. South J Appl For 1, 7-9.
- CAO Q., BURKHART H., MAX T., 1980. Evaluations of two methods for cubic-volume prediction of loblolly pine to any merchantable limit. For Sci 26 (1), 71-80.
- CASTEDO F., ÁLVAREZ J.G., 2000. Construcción de una tarifa de cubicación con clasificación de productos para *Pinus radiata* D. Don en Galicia basada en una función del perfil del tronco. Invest Agr Sist Recur For 9 (2), 253-268.
- CLEVELAND W.S., 1993. Visualizing data. AT&T Bell Laboratories, Murray Hill, 360 pp.
- CLUTTER J., 1980. Development of taper functions from a variable-top merchantable volume equations. For Sci 26 (1), 117-120.
- COLIGNY F., ANCELIN P., CORNU G., COURBAUD B., DREYFUS P., GOREAUD F., GOURLET-FLEURY S., MEREDIEU C., SAINT-ANDRÉ L., 2002. CAPSIS: Computer-aided projection for strategies in Silviculture. Advantages of a shared forest-modelling platform. In IU-FRO: Reality, models and parameters estimation: the forestry scenario. 2-5 June, Sesimbra, Portugal.
- DAQUITAINE R., SAINT-ANDRÉ L., LEBAN J.M., 1999. Modelling stem properties distribution. Final report of Subtask A2.1. Stud Research Project, FAIR CT-96-1915 (Leban J.M. & Hervé J.C., Ed). Documento interno IN-RA-ERQB, pp. 3-23.
- DEL PESO C., REQUE J.A., BRAVO F., MARTÍNEZ P., 1995. El chopo como alternativa viable al cultivo de regadío en el valle del Duero. Estudio de rentabilidades. Montes: Revista de Ámbito Forestal 42, 20-24.
- DÍAZ L., ROMERO C., 2001. Caracterización económica de las choperas en Castilla y León: rentabilidad y turnos óptimos. I Simposio del Chopo, Zamora, 9-11 mayo, pp. 419-434.
- DURBIN J., WATSON G.S., 1951. Testing for serial correlation in least squares regression II. Biometrika 30, 159-178.
- GARBER S.M., MAGUIRE D.A., 2003. Modeling stem taper of three central Oregon species using nonlinear mixed effects models and autoregressive error structures. For Ecol Manage 179, 507-522.
- GOUTTE C., 1997. Note on free lunches and cross-validation. Neural Computation 9, 1211-1215.
- GREGOIRE T.G., SCHABENBERGER O., BARRET J.P., 1995. Linear modelling of irregularly spaced, unbalanced, longitudinal data from permanent-plot measurements. Can J For Re. 25, 137-156.
- HERNANZ G., 2001. La industria del chopo en España. I Simposio del Chopo, Zamora, 9-11 mayo, pp. 419-434.
- HUI G.Y., GADOW K.V., 1997. Entwicklung und Erprobung eines Einheitsschaftmodells für die Baumart *Cunninghamia lanceolata*. Forstw Cbl 116, 315-321.
- JONES R.H., 1993. Longitudinal data with serial correlation: A state-space approach. Chapman & Hall, London, 223 pp.
- KIMURA, D.K., 1980. Likelihood methods for the Bertalanffy growth curve. US Fishery Bulletin 77, 765-776.
- KOZAK A., 1988. A variable-exponent taper equation. Can J For Res 18, 1363-1398.
- KOZAK A., 1997. Effects of multicollinearity and autocorrelation on the variable-exponent taper functions. Can J For Res 27, 619-629.

- LEBAN J.M., DAQUITAINE R., SAINT-ANDRÉ L., 1996. Un outil d'évaluation de la qualité de la ressource en bois appliqué au Douglas: Le logiciel Win-Epifn. Forêt Entreprise 109, 11-15.
- LINDSTROM M.J., BATES D.M., 1990. Nonlinear mixed effects models for repeated measures data. Biometrics 46, 673-687.
- MONSERUD R.A., 1986. Time-series analyses of tree-ring chronology. For Sci 32 (2), 349-372.
- NETER J., KUTNER M.H., NACHTSHEIM C.J., WASSERMAN W., 1998. Applied linear statistical models. Mc Graw-Hill, NY, 1408 pp.
- NEWHAM, R.M., 1992. Variable-form taper functions for four Alberta species. Can J For Res 22, 210-223.
- PAIN O., 1996. Estimation des coupes d'épicéa: intérêt d'une fonction de forme. Fiches Informations Forêt 4.
- PEÑA D., 1995. Estadística. Modelos y métodos. Modelos lineales y series temporales. 2ª Edición. Alianza Universidad, Madrid, 754 pp.
- PEÑA D., 2002. Regresión y diseño de experimentos. Edición Alianza Universidad, Madrid, 744 pp.
- PINHEIRO J.C., BATES D.M., 2000. Mixed-effects models in S and S-PLUS. Springer, NY, 528 pp.
- PRIETO A., TOLOSANA E., 1991. Funciones de perfil para la cubicación de árboles en pie con clasificación de productos, Comunicaciones I.N.I.A. Rec Nat 58, 1-45.
- RAWLINGS J.O., PANTULA S.G., DICKEY D.A., 1998. Applied regression analysis: A research tool. Springer, NY, 657 pp.
- REED D., GREEN E., 1984. Compatible stem taper and volume ratio equations. For Sci 30 (4), 977-990.
- RIEMER T., GADOW K.V., SLODOBA B., 1995. Ein Modell zur Beschreibung von Baumschäften. Allg Forst-und J-Ztg 166(7), 144-147.
- RODA J.M., 2001. Form function for the 'I-214' poplar merchantable stem (*Populus x euramericana* (Dode) Guinier cv cultivar 'I-214'). Ann For Sci 58, 77-87.
- RODRÍGUEZ F., BLANCO R., 2001. Tarifa de cubicación con clasificación de productos para chopo I-214 del valle medio del Cinca (Huesca). Actas del III Congreso Forestal Nacional, Granada, 3-5 septiembre. Tomo 4-5, pp. 321-326.
- RODRÍGUEZ F., BROTO M., 2003. Cubica v1.2: Programa informático para cubicar y clasificar productos a partir de los datos procedentes de un inventario. Montes: Revista de Ámbito Forestal 72, 33-38.
- RODRÍGUEZ F., BROTO M., LEBAN J.M., 2003. Equations de profil des tiges chez le pin radiata (*Pinus radiata* D. Don) du Pays Basque (Espagne). Ann For Sci (enviado).
- RODRÍGUEZ, F., RODRÍGUEZ, J., 2000. MatDendro v1.0: Programa para el cálculo de existencias con clasificación de productos. Montes: Revista de Ámbito Forestal 62, 13-16.
- SAINT-ANDRÉ L., LEBAN J.M., HOULLIER F., DAQUITAINE R., 1999. Comparaison de deux modèles de profil de tige et validation sur un échantillon indépendant. Application à l'épicéa commun dans le nord-est de la France. Ann For Sci 56, 121-132.
- SAS INSTITUTE INC., 2000a. SAS/STAT User's Guide, Version 8.0. SAS Publishing, USA, 3884 pp.
- SAS INSTITUTE INC., 2000b. SAS/ETS User's Guide, Version 8.0. SAS Publishing, USA, 1596 pp.
- TASSISA G., BURKHART H.E., 1998. An Application of mixed effects analysis to modeling thinning effects on stem profile of loblolly pine. For Ecol Manage 103, 87-101.
- TIAN X., COWN D.J., LAUSBERG M.J.F., 1995. Modelling of *Pinus radiata* wood properties. Part 1: Spiral Grain. New Zeal J For Sci 25 (2), 200-13.
- TIAN X., COWN D.J., MC CONCHIE D.L., 1995. Modelling of *Pinus radiata* wood properties. Part 2: Basic density. New Zeal J For Sci 25 (2), 214-30.
- ZHU H., ROHWER R., 1996. No free lunch for cross-validation. Neural Computation 8, 1421-1426.